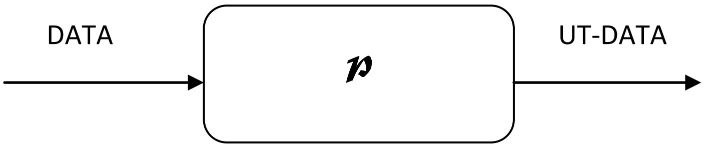
Uke 47

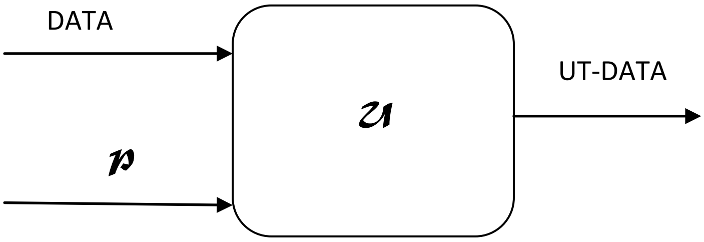
Universell turingmaskin

1. Vi har sett at vi kan lage turingmaskiner som gjør oppgaver som FIND – COPY – REPLACE
2. Det å lage en interpret er en oppgave i å bruke FIND – COPY – REPLACE
3. Vi kan lage en turingmaskin som simulerer andre turingmaskiner

Anta at vi har en turingmaskin $\mathcal{P}$



Den kan simuleres på den universelle turingmaskinen $\mathcal{U}$



Programmet til $\mathcal{P}$ er en tabell som vi kan mate inn i maskinen $\mathcal{U}$ sammen med dataene. Den universelle maskinen virker ved at den slår opp i tabellen for $\mathcal{P}$ og bruker den til å gjøre det som tabellen sier at skal gjøres.

Stoppeproblemet

Når vi nå kan lage turingmaskiner som har program av andre turingmaskiner som input gir stoppeproblemet mening.

Fins det en turingmaskin $\mathcal{S}$ som om den blir startet med

- Inngangsdata $\mathcal{D}$
- Tabell for turingmaskin $\mathcal{P}$

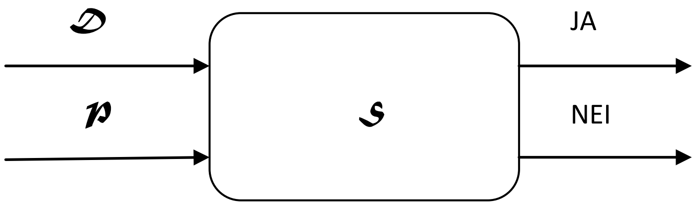
vil kunne etter litt beregning gi et av to mulige svar

- JA – maskinen $\mathcal{P}$ anvendt på dataene $\mathcal{D}$ stopper
- NEI – maskinen $\mathcal{P}$ anvendt på dataene $\mathcal{D}$ stopper ikke

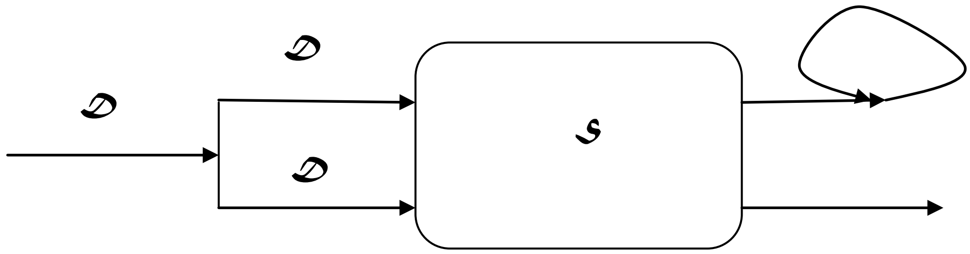
Det er helt vesentlig at maskinen $\mathcal{S}$ stopper for å gi svar. Ellers er det opplagt at vi kan finne en slik maskin. Nå skal vi vise at slik maskin finnes ikke.

Stoppeproblemet er ikke avgjørbart

Anta at det fins en turingmaskin $\mathcal{S}$ som avgjør stoppeproblemet



Vi fikser på $\mathcal{S}$ – lager en maskin med en input – den kopierer vi – setter de to kopiene inn i $\mathcal{S}$ – og så lar vi den øverste utgangen gå i en løkke. Vi får maskinen $\mathcal{T}$



Så lenge vi kan lage maskinen $\mathcal{S}$. så kan vi lage maskinen $\mathcal{T}$. Problemet kommer når vi anvender maskinen $\mathcal{T}$ på dataene $\mathcal{T}$. Da får vi

$\mathcal{T}$ anvendt på $\mathcal{T}$ stopper $\Leftrightarrow$ Maskinen $\mathcal{S}$ vil gå ut i øverste utgang

$\Leftrightarrow$ $\mathcal{T}$ anvendt på $\mathcal{T}$ stopper ikke

MOTSIGELSE – det fins ingen maskin som avgjør stoppeproblemet

Avgjørbarhet

Det er helt vesentlig å skille mellom beregninger som er

- TOTALE - garantert å gi et svar
- PARTIELLE – ikke garantert å gi et svar – regningen kan fortsette i det uendelige

Et problem er avgjørbart om det finnes en total turingmaskin som gir svaret. Med analysene i sekventkalkyle har vi funnet en beregning av GYLDIGHET som er partiell. Vi er ikke garantert et svar. Vi kan simulere en hvilken som helst partiell beregning i første ordens logikk – spesielt kan vi simulere beregningen knyttet til om noe stopper. Siden stoppeproblemet er ikke avgjørbart, så er heller ikke gyldighet avgjørbart.